



그림 6.17 정상 제만효과.

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \frac{\lambda^2 \Delta\nu}{c} = \frac{eB\lambda^2}{4\pi mc} \\ &= \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(0.300 \text{ T})(4.50 \times 10^{-7} \text{ m})^2}{(4\pi)(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2.83 \times 10^{-12} \text{ m} = 0.00283 \text{ nm}\end{aligned}$$

이다.

## 연습문제

### 6.3 양자수

- 원자 내 전자를 기술함에 있어 세 개의 양자수가 필요한 것이 왜 자연스러운가(전자스핀은 별도)?
- $\Theta_{20}(\theta) = \frac{\sqrt{10}}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)$

이 식 (6.13)의 규격화된 해임을 보여라.

③

$$R_{10}(r) = \frac{2}{d_0^{3/2}} e^{-r/d_0}$$

이 식 (6.14)의 규격화된 해임을 보여라.

4.

$$R_{21}(r) = \frac{1}{2\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$$

이 식 (6.14)의 규격화된 해임을 보여라.

5. 5장의 연습문제 12에서 어떤 계의 고유함수의 중요한 특징은 그들이 서로 직교한다는 것이며, 그 의미는

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^* \psi_m dV = 0 \quad n \neq m$$

이 성립한다는 것이다.

$$\int_0^{2\pi} \Phi_{m_l}^* \Phi_{m'_l} d\phi$$

을  $m_l \neq m'_l$ 에 대해 계산하여 수소원자의 방위 파동 함수  $\Phi_{m_l}$ 이 위의 관계를 만족함을 보여라.

6. 수소원자의 방위 파동함수는

$$\Phi(\phi) = A e^{im_l \phi}$$

이다.  $|\Phi|^2$ 을 0부터  $2\pi$ 의 전체 각도로 적분함으로써 규격화 상수  $A$ 의 값이  $1/\sqrt{2\pi}$ 임을 보여라.

## 6.4 주 양자수

## 6.5 궤도양자수

7. 수소원자의 바닥상태 전자의 각운동량에 대한 보어 모델과 양자론의 결과를 비교하라.
8. (a) 반경  $R$ 인 원 위에서 움직이는 질량  $m$ 인 입자의 슈뢰딩거 방정식은 어떻게 표시되는가?  $\psi$ 는 단지  $\phi$ 에만 의존하는가? (b) 이 방정식을 풀고, 규격화 상수를 구하라(힌트: 수소원자에 대한 슈뢰딩거 방정식의 해를 참조하라). (c) 그 입자의 가능한 에너지들을 구하라. (d) 입자의 가능한 각운동량들을 구하라.

## 6.6 자기양자수

9. 어떤 조건에서  $L_z$ 이  $L$ 과 같아지는가?  
10.  $l=1, l=2$ 에 대해서  $L$ 과  $z$ 축 사이의 각도를 구하라.

- (11) 궤도양자수  $l=4$ 인 원자 내 전자의 가능한 자기양자수  $m_l$ 을 구하라.
- (12)  $n=4$ 인 수소원자에 대해 가능한 양자수들을 나열하라.
13.  $p, d, f$  상태에 있는 원자 내 전자에 대해  $L$ 과  $L_z$ 의 크기 비를 %로 표시하라.

## 6.7 전자의 확률밀도

14. 어떤 조건에서 전자의 확률밀도분포가 구대칭이 되는가? 그 이유를 설명하라.
- (15) 6.7절에서는 수소원자의  $1s$  전자가 가질 수 있는  $r$ 값은 보어 반경  $a_0$ 라고 했다. 이것을 증명하라.
16. 6.7절의 끝부분에서 수소원자의  $2p$  전자가 가질 수 있는 가장 가능성성이 높은  $r$ 값은  $4a_0$ 라고 했으며, 이것은  $n=2$ 의 보어 궤도의 반경과 같다. 이것을 증명하라.
17. 수소원자에서  $3d$  상태의 전자가 갖는 가능성성이 가장 높은  $r$ 값을 구하라.
18. 그림 6.11에 의하면,  $Pdr$ 은  $2s$  전자에 대해 두 개의 극대값을 갖는다. 극대값을 보이는  $r$ 을 구하라.
- (19) 바닥상태의 수소원자에서 핵으로부터  $a_0$ 만큼 떨어진 지점에서 전자를 발견할 확률은  $2a_0$ 보다 얼마나 큰가?  $a_0/2$ 와 비교해서는 어떤가?
20. 6.7절에서는  $1s$  전자의  $r$ 의 평균값은  $1.5a_0$ 라 했다.  $r$ 의 기대값  $\langle r \rangle = \int r |\psi|^2 dV$ 를 계산하여 그것을 증명하라.
- (21) 중심에 있는 핵으로부터  $r_0$ 만큼 떨어진 구 바깥에서 동경파동방정식이  $R(r)$ 인 전자를 발견할 확률은 다음과 같다.

$$\int_{r_0}^{\infty} |R(r)|^2 r^2 dr$$

- (a)  $1s$  수소원자에서 핵으로부터  $a_0$ 보다 먼 지점에서 전자를 발견할 확률을 구하라. (b)  $1s$  전자가 핵으로부터  $2a_0$ 만큼 떨어져 있을 때 전자의 총 에너지는 페텐셜 에너지다. 따라서 고전물리에 의하면 전자는 핵으로부터  $2a_0$ 보다 멀리는 존재할 수 없다. 수소원자 내의  $1s$  전자에 대해  $r > 2a_0$ 일 확률을 구하라.

22. 그림 6.11에 의하면, 수소원자의  $2s$  전자는  $2p$  전자에 비해  $r=a_0$ 보다 더 가까이 있을( $r=0$ 와  $r=a_0$  사

이에 있을) 확률이 높다. 관련된 확률을 계산하여 이를 증명하라.

23. **운쳅트 정리**(Unsöld's theorem)에 의하면 임의의 궤도양자수  $l$ 에 대해서,  $m_l = -l$ 부터  $m_l = +l$ 까지 가능한 모든 상태에 대해 확률밀도를 합하면 각도  $\theta$ ,  $\phi$ 와는 상관없이 상수값을 가진다고 한다. 즉

$$\sum_{m_l=-l}^{+l} |\Theta|^2 |\Phi|^2 = \text{constant}$$

이 성립된다는 것이다. 이것은 닫힌 전자 껍질이 구대칭의 전하분포를 보인다는 것을 뜻한다(7.6절). 표 6.1을 사용하여  $l=0$ ,  $l=1$ ,  $l=2$ 에 대해 운쳅트 정리가 성립함을 보여라.

### 6.9 선택률

24. 수소원자가  $4p$  상태에 있다. 한 개의 광자를 방출하면 그 원자는 어떤 상태로 전이할 수 있는가?  
 25. 표 6.1을 사용하여 수소원자의  $n=2 \rightarrow n=1$  전이에 대하여  $\Delta l = \pm 1$ 임을 검증하라.  
 26. 조화진동자의 전이에 관한 선택률은  $\Delta n = \pm 1$ 이다.  
 (a) 고전적인 배경에서 이 규칙을 정당화하라. (b)

조화진동자에서  $n=1 \rightarrow n=0$  전이와  $n=1 \rightarrow n=2$  전이는 허용되는 데 반해  $n=1 \rightarrow n=3$  전이는 금지됨을 적절한 파동함수를 사용하여 검증하라.

27. 5.6절의 상자 속의 입자에서  $n=3 \rightarrow n=2$ 와  $n=2 \rightarrow n=1$ 의 전이는 허용되는 데 반해  $n=3 \rightarrow n=1$ 의 전이는 금지됨을 검증하라.

### 6.10 제만효과

28. 수소원자의 보어 모델에서,  $n$ 번째 에너지 준위에 있는 전자의 궤도 자기모멘트의 크기는 얼마인가?  
 29. 반경  $r_n$ 의 보어 궤도에 있는 전자의 자기모멘트는  $\sqrt{r_n}$ 임을 보여라.  
 30. 예제 4.7에서 수소원자의 전자 대신에 음전하 뮤온 ( $m=207m_e$ )이 치환된 뮤온 원자에 대해 논의했다. 뮤온 원자와 수소원자에서 제만효과의 차이는 어떻게 나타나는가?  
 ③ 31. 분해능이 0.010 nm인 분광기를 사용하여 파장 400 nm의 스펙트럼선에서 제만효과를 관찰하기 위해 필요한 최소의 자기장을 구하라.  
 ③ 32. 1.00 T의 자기장 안에서 500 nm 스펙트럼선의 제만성분은 0.0116 nm의 간격을 보인다. 이 자료에 근거하여 전자의  $e/m$ 을 구하라.